20104137

渋滞学とは*

What is "Jamology"?

友枝　明保[1)]　西成　活裕[2)]
Akiyasu Tomoeda　Katsuhiro Nishinari

Various kinds of jamming phenomena are observed in our daily life. There is universality of jam formation among various sorts of flows. This is one of the central topics of physics of complex systems for the last few decades. We recently call this interdisciplinary research on jamming of self-driven particles as "jamology". In this paper, starting from the background of this research, a simple mathematical model, called ASEP, is introduced as basis of all kinds of traffic flow. Then, we also introduce engineering applications of the results we have obtained through the interdisciplinary research based on the mathematical studies.

Key Words **: Traffic Flow, Modeling, Mathematics, Physics** / Self Driven Particles, Cellular Automaton, Stochastic Process, Exact Solution 17

1 渋滞現象と自己駆動粒子

2009年の連休，高速道路では例年とは比べ物にならないほど長く伸びた渋滞映像がニュースをにぎわした．ETC（自動料金収受システム）を設置した車を対象に土日祝日の高速道路利用料金が上限1000円になるといういわゆる「1000円高速」がこの春から施行された影響である．この「1000円高速」の影響で，連休の高速道路では早朝から夜遅くまで渋滞が発生し，サービスエリアは人で大混雑，休むべき場所にもかかわらず休めないという状態であった．

では，"なぜ"渋滞するのであろうか？ そもそも渋滞とはどういった状態を指しているのであろうか？ "渋滞"と聞くと，大部分の人は高速道路や交差点での車の渋滞を思い浮かべるであろうが，人や動物も渋滞するし，携帯やネットワークがつながりにくくなることもパケットの渋滞として考えることができる．人の体内ではたんぱく質が渋滞し神経疾患を引き起こすし，倉庫に商品の渋滞が発生すれば在庫となるのである．その一方で，渋滞は悪い現象ばかりでもない．感染病の伝播や森林火災の延焼がそれにあたり，渋滞すればわれわれにとっては幸せな渋滞となる．このような多岐にわたる流れの滞り現象を抽象的な数理モデルに落とし込み，最新の数理物理学の手法を用いて理論的に取り扱ってゆく学問が「渋滞学（Jamology）」である[(1)(2)]．

さまざまな渋滞現象を抽象化するために，われわれは流れているモノをすべて粒子と呼ぶ．渋滞を引き起こす粒子に共通する特徴は，粒子自身が意思や心理をもって振る舞うこと，あるいは決められたルールに従って振る舞いが決定されることである．こういった粒子間には作用＝反作用の法則や慣性の法則が成り立たず，従来の物理学での扱いが困難となる．従来の物理学で扱われている粒子を「ニュートン粒子」と呼ぶのに対し，渋滞学で扱う粒子をその特徴から「自己駆動粒子（Self-Driven Particles：SDP）」と呼ぶことにする[(3)(4)]．車も人も渋滞学では自己駆動粒子であり，渋滞現象の研究は自己駆動する粒子集団の動力学を取り扱う新しい研究なのである．

2 自己駆動粒子のモデル化と確率セルオートマトン

自己駆動粒子系では物理学の法則が成り立たない状況も取り扱うため，微分方程式で記述される数理モデルよりもルールベースで記述されるセルオートマトン（Cellular Automaton：CA）によるモデル化が有効となる．

＊ 2009年10月31日受付
1）明治大学先端数理科学インスティテュート／東京大学先端科学技術研究センター（214-8571　川崎市多摩区東三田1-1-1）
E-mail: atom@isc.meiji.ac.jp
2）東京大学先端科学技術研究センター／㈱科学技術振興機構 さきがけ（153-8904　目黒区駒場4-6-1）
E-mail: tknishi@mail.ecc.u-tokyo.ac.jp

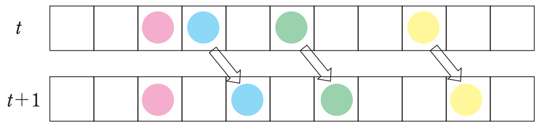


図 1　ASEP（P=1）のモデル．前の箱が空いていない場合は，次の時刻で動くことはできない．ただし，1 回の操作で時刻 t が 1 だけ増加するものとする

CA モデルの利点として，次の 3 点が挙げられる．① ルールによる記述のため，微分方程式では記述できない複雑な挙動を容易に組み込むことができる，② 時間・空間に関してすべての物理量が離散化されており，コンピュータシミュレーションと相性が良い，③ ASEP（Asymmetric Simple Exclusion Process）[(5)] や ZRP（Zero Range Process）[(6)] と呼ばれる確率 CA モデルが存在し，これらの CA モデルは定常状態において厳密に解くことができるという数学的に非常に優れた性質をもっている．これらの特徴から CA による複雑現象のモデル化は，捉えている現象の本質的な要素を抽出し数学的に解析するために，極めて有効な手法なのである．それでは具体的に ASEP という確率 CA モデルを取り上げて渋滞現象の数理科学的アプローチについてみていこう．

図 1 は ASEP と呼ばれる一次元 CA モデルの粒子の動きを表した図である．一次元道路を各セルに分け，一次元のセルの並びの上で粒子を動かす単純なモデルとなっている．各セルには一つの粒子しか入れないとし，動かすルールは，「前のセルが空いていれば確率 p で一つ前に進める」というシンプルなものである．この操作を繰り返すと粒子が右側へゾロゾロ動いてゆくことがわかる．粒子を車と思えば高速道路上を走行している車集団の動きに見えるし，粒子を人と思えば通路を通る人々と考えることもできる．図 1 の一番左の粒子に注目してみよう．一番左の粒子は前方に粒子がいるため動くことができない粒子であった．これはいわゆる「排除体積効果」と呼ばれるもので，この効果によって渋滞現象が生じるのである．車や人は「大きさ」をもっているため，混雑してくるとお互いが邪魔になって動けなくなるという性質がある．この重要な性質が体積排除効果によって再現されているのである．このように ASEP は極めて単純なモデルであるにもかかわらず，排除体積効果を再現しており，渋滞現象を記述する数理モデルとして中心的な存在になっている．

ASEP での粒子の動きを詳細に見ていこう．簡単のために両端はつながっているものとし，右端から出て行った粒子は左端から入ってくるものとする．粒子の個数が少ないとき，初めにランダムに並んでいた粒子は，ある程度の時間が経つとお互いの間隔が空いて邪魔されずに動けるようになり，渋滞のない流れとなる（**図 2**）．一方，粒子の数を増やしたとき，お互いが邪魔をして動けない粒子の集団が発生し，進行方向とは逆方向へ動いているように見える（**図 3**）．これは粒子の集団が渋滞を形成し，伝播していく状況を表している．

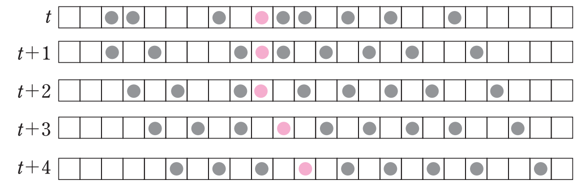


図 2　密度が小さい場合の ASEP（P=1）の振る舞い．しばらくするとすべての粒子が前の粒子に邪魔されることなく動けるようになっている

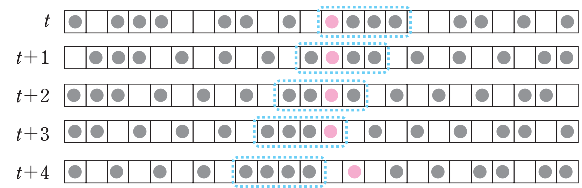


図 3　密度が大きい場合の ASEP（P=1）の振る舞い．真ん中の四つの玉からなる渋滞クラスタが進行方向と逆に動いているのがわかる

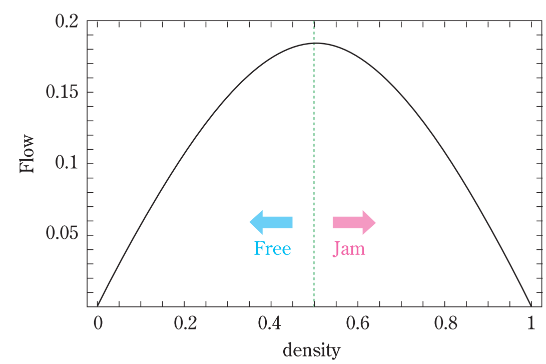


図 4　ASEP（P=0.6）の基本図

では，渋滞が形成され始める粒子数はいくつなのであろうか？ ここで基本図と呼ばれる重要な図を紹介する．この基本図は横軸に粒子密度（ρ），縦軸に流れた粒子の量を表す交通流量（Q）をとったもので，ASEP（P=0.6）の基本図は**図 4** のようになる．低密度では，密度が増えるにつれ流量も増加しているが，密度が 0.5 をすぎると密度の増加とともに流量が減少していく．この流量が増加から減少へ転じる密度を臨界密度と呼び，臨界密度を超えると粒子は渋滞してしまう．実際の車の渋滞現象ではこの臨界密度付近のメカニズムが極めて重要となる[(7)]．

以上のことから，ASEP が渋滞現象のモデル化に適していることがわかるが，ASEP そのものでは自己駆動粒子のモデルとしては簡単すぎるので，現実にあわせるための拡張が必要となる．

以下，ASEP を拡張して得られたわれわれの渋滞数理モデルとその社会応用例を紹介していく．一つ目は車の数理モデルで ASEP に車間距離依存性を入れたモデルである．このモデルは現実データを再現する良いモデルであると同時に汎用性に優れ，踏切部や高速道路の織込部を表現した数理モデルへと応用でき，それらの研究とあわせて紹介する．二つ目は，ASEP に“場”のダイナミクスを組み込んだアリの行列行進を表すモデルである．このモデルはモデル化の対象を読み換えることで，バスの運行システムと等価なモデルとなっていることもわかる．

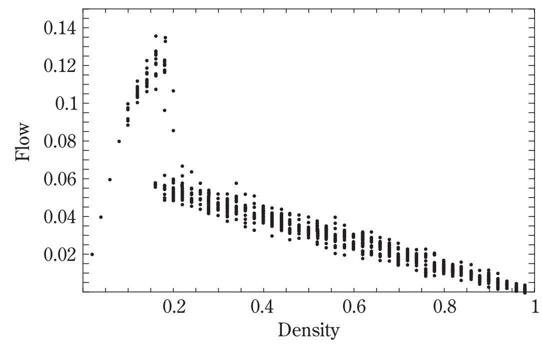
3 車の数理モデル

初めに車の数理モデルについて紹介する．車の流れの数理モデルは他の自己駆動粒子に比べて研究の歴史が長く，CA とは異なったアプローチによるモデルも数多く存在する[(3)(4)(8)-(11)]が，ここでは確率最適速度 (Stochastic Optimal Velocity：SOV)[(12)]モデルと呼ばれる ASEP に車間距離依存性を入れた CA モデルについて紹介する．

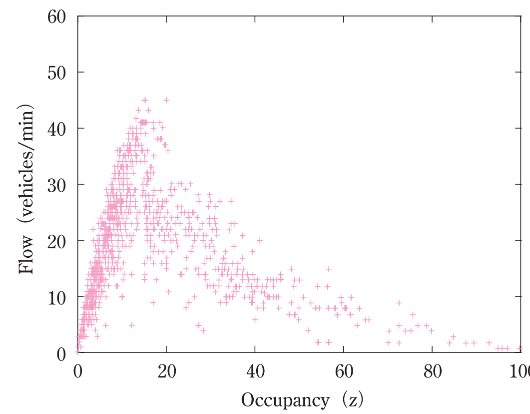
ASEP と同様にまず一次元道路を L 個のセルに区切り，時刻 t において各車 $i=1,2,\cdots,N$ の位置を x_i^t とし，i 番目の車の前方を $i+1$ 番目の車が走っているものとする．SOV モデルのルールは，「前のセルが空いていれば確率 v_i^t で一つ前に進める」というものであり，ASEP と異なる点は，前方へ進む確率が一定値 p から車間距離と現在の速度に応じて変化する変数値確率 v_i^t へと拡張されている点である．この v_i^t の時間発展は以下のように与えられる．

$$v_i^{t+1}=(1-a)\,v_i^t+aV(\Delta x_i^t) \qquad (1)$$

ただし，$a\in[0,1]$ はパラメータであり，ドライバの車間に対する反応の度合いを表している．また，$V\in[0,1]$ は OV モデルの最適速度関数に対応するもので，車間距離 Δx_i^t の単調増加関数として与えられる[(12)]．式 (1) は第 1 項が現在の前進確率，第 2 項が現在の車間状況に応じた最適速度であり，その比率で次の速度を決定する更新方法である．車の場所 x_i^t は期待値の意味で $\langle x_i^{t+1}\rangle=\langle x_i^t\rangle+v_i^{t+1}$ となる．SOV モデルによるシミュレーション結果と実測データを比較すると，低密度領域で高い流量をもち，それが突然低流量へと遷移していることが見てとれる (**図 5**)．実はこの部分こそが自然渋滞形成の本質である流れの不安定性を表しており，この特徴を再現したモデルが良い交通流モデルの必須条件なのである[(1)-(4)]．この意味で，SOV モデルは良い交通流モデルであり，現実の道路交通に応用した研究例を二つ紹介する．



(a) SOV モデル (a=0.01) の基本図



(b) 実測基本図（首都高速道路三郷線における 1 カ月の実測データ）

図 5 数理モデルと実測基本図．低密度領域では密度が増えるにつれ流量は上がるが，ある臨界密度を超えると突然低流量相へと遷移している

3.1. 踏切モデル

道路交通法第 33 条によると，「車両等が踏切を通過しようとするときは踏切の直前で一時停止し，安全を確認した上で進行しなければならない」という法律がある．しかし，今日，1 日のべ 5 000 万台以上が踏切を通過しており，この一時停止の交通流に与える影響は大変大きい．そこで一時停止による交通流量の変化を理論的に調べるために，SOV モデルを踏切のある道路状況に応用したシミュレーションを行った[(13)]．一時停止をする場合とノンストップの場合 (**図 6**) でその流量の差を調べる．現状の一時停止の場合，車は踏切の停止線で必ず完全に停止し，その後に動き出すとする．もちろん踏切内に車がいる場合は進まないとし，踏切の先に 1 台分の空きセルができたときに動き出す．これによって遮断機による囲い込みがないような走行ルールを与えた．ノンストップの場合も同様に，踏切の前方が空いていればノ

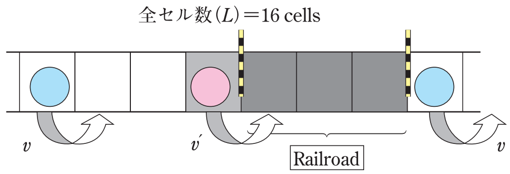
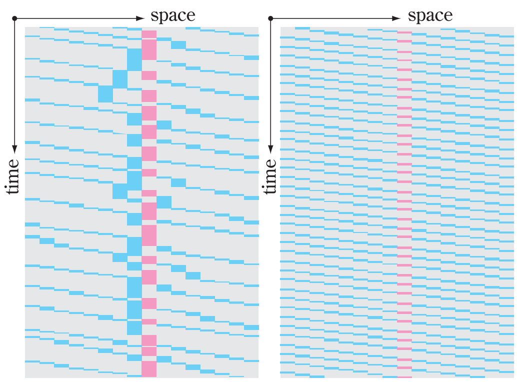
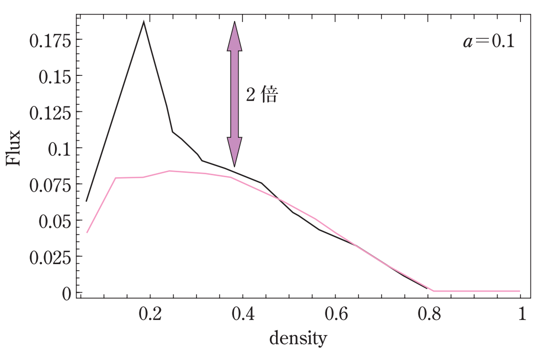


図 6　踏切モデル．一時停止をする場合のみ，左から 4 セル目で必ず $v'=0$ とする



時空図とは，縦方向が時間発展，横方向が空間軸を表し，車の軌道を記述した図である

図 7　一時停止の場合(左)とノンストップの場合(右)の時空図



黒線がノンストップの場合で赤線が一時停止をする場合

図 8　踏切交通の基本図

ンストップだが，混んでいる場合は，踏切の手前で停止するというルールである．**図 7** がシミュレーション結果であり，赤色で示した部分が踏切停止線で，そこから 3 セルが踏切内という設定である．図における車の台数は，渋滞になる臨界密度のわずかに手前に設定したものである．一時停止の場合は，停止位置で必ず一時停止している様子がわかり，そこを先頭に渋滞が形成されている．ノンストップの場合は，臨界密度以下のためまったく渋滞は形成されていない．さらに，踏切交通の基本図が**図 8** である．これより，密度が 0.2 付近の流量はノンストップにすれば一時停止の約 2 倍になっていることがわかる．流量が 2 倍になるとその経済効果は膨大なもの

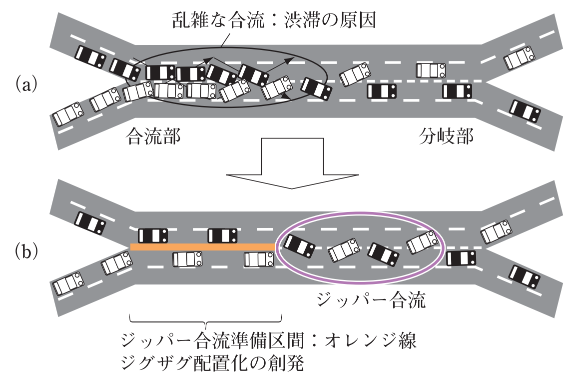


図 9　織込部の現状(a)とジッパー合流準備区間案(b)

になる．たとえば，一時停止によって失った走行損失時間は約 7 秒であるが，これに対して時価価値計算をすると，日本全体で約 1 800 億円にもなる．さらに，ノンストップにすることで二酸化炭素排出量が減り，その省エネ効果は年間 100 万 t 以上にもなる．これは，30 万世帯以上からの排出量に匹敵する．経済面・環境面から考えると，一時停止のルールは社会にとって本当に必要なのか疑問が残るところである．しかし，ノンストップにすることで生じる安全性の問題も忘れてはならない．それは遮断機との接触事故の増加の可能性，そして踏切内に立ち往生する車が増加する可能性である．このような懸念される諸問題に対しても私たちはさまざまな角度から検討し，現在関係各所と真剣に議論している．

3.2.　織込交通モデル

高速道路では**図 9** のような織込部と呼ばれる渋滞ポイントがある．この織込部ではお互い相手車線側へ車線変更を行うことによって合流部を起点とした渋滞が生じている．この渋滞を解消するアイデアとして図 9 の下に見せるようにオレンジラインを引くことで各車の交互配置化を実現し，スムーズな合流を達成させようというものである．モデル化のために，SOV モデルの速度更新式(1)に他車線の効果を導入することで拡張を行った[14]．ここでは，隣の車線に車が並走しているときに車はお互い前後にずれようとする確率をルールとして追加した．このシミュレーション結果が**図 10** である．図 10 の縦軸は交互配置度を表しており，横軸が空間距離である．つまり，縦軸上方向に行くほど車の配置がジグザグになっていることを表し，それを達成するまでにどの程度の空間距離が必要かの関係を表している．この関係はクラスタ近似と呼ばれる近似計算でも理論的に得ることができ，シミュレーションとの対応がみられた[14]．このオレンジラインを引く方法は区間の長さがある程度長い場合

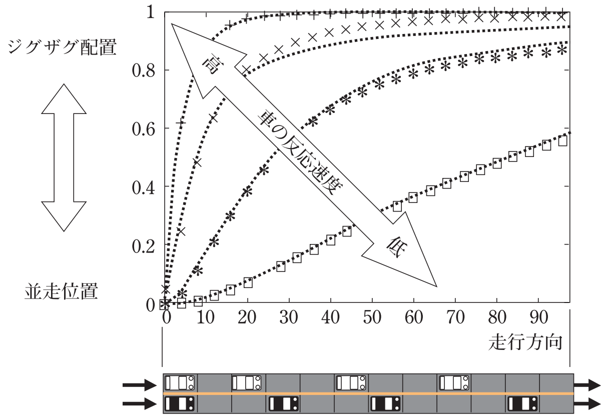


図 10　オレンジラインの効果による交互配置の創発（点：シミュレーション，線：理論解析）

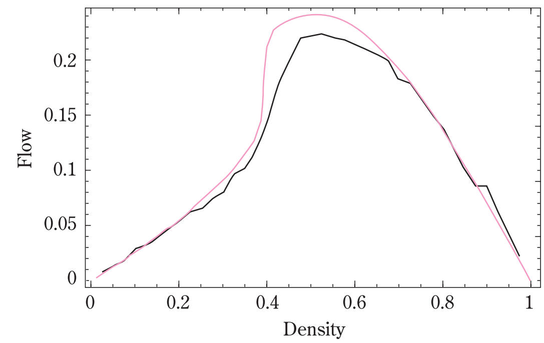


図 11　アリの数理モデルの基本図．シミュレーションと ZRP による理論曲線の比較．パラメータは Q=0.75，q=0.25，f=0.005

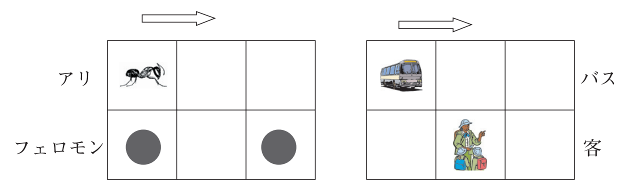


図 12　アリの行進モデルとバスの運行モデルの対応．フェロモンのある／なしを乗客のいない／いるに読み替えればこの二つのダイナミクスは等価な数理モデルになる

に有効であり，たとえばパラメータ a が a=0.01 の場合，250 m 程度のオレンジラインを引くと，8 割程度の交互配置度が達成される結果が得られた．首都高速道路の小菅 JCT ではこの区間長が 800 m ほどあるため，オレンジラインを引くことは十分に可能であり，このペイントによって渋滞が緩和できると予想される．

4 アリの行進モデルとバスのダンゴ運転

次にアリの行列をモデル化してみよう．アリ同士はフェロモンを用いてお互いのコミュニケーションを実現している．つまりアリ（粒子）とフェロモン（場）の効果を ASEP に導入した 2 変数確率 CA モデルでアリのダイナミクスは再現される[15][16]．アリはフェロモンを場に残すが，そのフェロモンは時間が経過すれば自然に蒸発する．アリはこのフェロモンに惹きつけられて動くので，フェロモンがある場合とない場合で進みやすさが変わると考えられる．これを考慮して，アリの進む確率はフェロモンのある場合に高い確率 Q とし，ない場合に低い確率 q と設定する．さらに，アリがいるセルにはすべてフェロモンが生成され，アリのいないセルでは確率 f でフェロモンが蒸発するものとする．このモデルのシミュレーションと理論解析から得られた基本図が**図 11** である[17]．この基本図で興味深いことは，車の基本図とは異なり，密度がある程度増えると急激に流量が増加していることである．これは周期系のモデルの特徴であり，粒子がクラスタを形成し動いているときに粒子密度が増えると，クラスタの最後尾の粒子が残したフェロモンをクラスタの先頭の粒子が利用できることになり，流量が増加するのである．

このアリのモデルのクラスタ形成はちょっとした発想の転換でバスの運行モデルにおけるダンゴ運転と対応していることがわかる[18]．遅れ始めたバスは次のバス停でより多くの乗客を乗せるため，さらに遅れて前のバスとの間隔がどんどん開いてしまい，最終的にダンゴ運転となってしまうのである．これはアリ同士の間隔が広がるとフェロモンが蒸発してしまい，ますます進みにくくなることに対応している（**図 12**）．さらに，このアリの行列やバスのダンゴ運転の数理モデルは，数理的には ZRP[6] が Bose-Einstein 凝縮のような凝縮現象を起こしていることに対応しており，分野横断的に現象が関連しているという大変興味深い結果も得られた．

5 お わ り に

本稿では，自己駆動粒子系における渋滞現象を研究する渋滞学の概要を車の渋滞現象を中心に紹介したが，われわれの研究グループでは，他のさまざまな渋滞現象についても確率 CA モデルを中心に数理的研究を進めている．車の渋滞のほかには，体内のたんぱく質の渋滞[19]や，二次元確率 CA モデルを用いた人のダイナミクスにおける渋滞[20]などが挙げられる．今日，われわれが抱えている問題は複雑な現象が絡み合っているため，本気で問題解決するためには，数学や物理学はもちろん，医学，生物学，工学，経済学と総合的な視野をもつことが大切になる．渋滞学の研究がこのような横断的研究のきっか

けの一つとなることを願っている．

最後に，データ提供及び実験協力していただいた各企業，団体に感謝したい．

参 考 文 献

（1） 西成活裕：渋滞学，新潮選書（2006）
（2） 西成活裕：よくわかる渋滞学，ナツメ社（図解雑学シリーズ）（2009）
（3） D. Helbing：Traffic and related self-driven many-particle systems, Rev. Mod. Phys., Vol. 73, p. 1067（2001）
（4） D. Chowdhury, et al.：Statistical physics of vehiclar traffic and some related systems, Phys. Rep., Vol. 329, p. 199（2000）
（5） B. Derrida, et al.：Exact solution of a 1D asymmetric exclusion model using a matrix formation, J. Phys. A., Vol. 26, p. 1493（1993）
（6） F. Spitzer：Interaction of Markov processes, Adv. Math., Vol. 5, p. 246（1970）
（7） 杉山雄規：交通流の物理，日本流体力学会 ながれ，Vol. 22, p. 95（2003）
（8） M. J. Lighthill, et al.：On kinematic waves. II A theory of traffic flow on long crowded roads, Proc. R. Soc. A, Vol. 299, p. 317（1955）
（9） B. S. Kerner, et al.：Cluster effect in initially homogeneous traffic flow, Phys. Rev. E, Vol. 48, R2355（1993）
（10） G. F. Newell：Nonlinear effects in the dynamics of car-following, Oper. Res., Vol. 9, p. 209（1961）
（11） M. Bando, et al.：Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation, Phys. Rev. E, Vol. 51, p. 1035（1995）
（12） M. Kanai, et al.：Stochastic optimal velocity model and its long-lived metastability, Phys. Rev. E, Vol. 72, 035102（2005）
（13） A. Tomoeda, et al.：Fuel Loss and Jams due to Stopping at Railroad Crossings, in the proceedings of *JST Presto Symposium on Mathematical Sciences towards Environmental Problems*, Hokkaido University Technical Report Series in Mathematics, Vol. 136, p. 77（2008）
（14） R. Nishi, et al.：Achievement of alternative configurations of vehicles on multiple lanes, Phys. Rev. E, Vol. 79, 066119（2009）
（15） D. Chowdhury, et al.：A cellular-automata model of flow in ant trails: non-monotinic variation of speed with density, J. Phys. A: Math. Gen., Vol. 35, L573（2002）
（16） K. Nishinari, et al.：Cluster formation and anomalous fundamental diagram in an ant-trail model, Phys. Rev. E, Vol. 67, 036120（2003）
（17） A. Kunwar, et al.：Collective traffic-like movement of ants on a trail: dynamical phases and phase transitions, J. Phys. Soc. Jpn., Vol. 73, p. 2979（2004）
（18） A. Tomoeda, et al.：An information-based traffic control in a public conveyance system: Reduced clustering and enhanced efficiency, Physica A, Vol. 384, p. 600（2007）
（19） K. Nishinari, et al.：Intracellular transport of single-headed molecular motors KIF1 A, Phys. Rev. Lett., Vol. 90, 086601（2005）
（20） D. Yanagisawa, et al.：Introduction of frictional and turning function for pedestrian outflow with an obstacle, Phys. Rev. E, Vol. 80, 036110（2009）

フェース

渋滞はなぜ起こるのか？―ツーリングに行ったときに疑問を抱き，気がついたら渋滞の研究を始めていました．てっきり渋滞は車だけの現象だと思っていたのですが，数理モデルを通じてさまざまな渋滞現象に出会うことができ，そのたびに渋滞現象の奥深さを感じさせられます．渋滞研究を通じて，将来，渋滞ストレスのない日が来ることを本気で目指します．（友枝）

社会の大問題にこそ数理科学が貢献していかなければならない．そのためには，基礎研究の応用への道を切り開く必要があるが「理学」と「工学」の間の距離はまだまだ大きい．渋滞学の研究を通じて，理学と工学をつなぎ，社会へ還元していきたい．（西成）

友枝明保

西成活裕